Problemas de Termodinámica. Relación 6.

1. Los calores específicos C_P y C_V de cualquier sustancia se pueden expresar en términos de T, V, κ_S, κ_T y α. Obtenga dichas expresiones de la siguiente forma:

   a) Considerando la entropía como función de T y V, demuestre que
   $$TdS = C_V dT + \frac{T\alpha}{\kappa_T} dV.$$

   b) Considerando la entropía como función de T y P, demuestre que
   $$TdS = C_P dT + -TV\alpha dP.$$

   c) Usando estas relaciones, pruebe una vez más que
   $$C_P - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T}.$$

   d) Exprese C_P y C_V en términos de T, V, κ_S, κ_T y α.

2. Demuestre las siguientes relaciones termodinámicas útiles:
   $$a)\ \left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_{T,N} = \frac{T\alpha}{\kappa_T} - P, \qquad b)\ \left.\frac{\partial N}{\partial \mu}\right|_{T,V} = \frac{N^2\kappa_T}{V}, \qquad c)\ C_P \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right|_{H,N} = V(T\alpha - 1).$$

3. Demuestre que la relación $\alpha = 1/T$ implica que C_P es independiente de la presión,
   $$\left.\frac{\partial C_P}{\partial P}\right|_{T,N} = 0.$$

4. Demuestre que el calor específico a volumen constante satisface que
   $$\left.\frac{\partial C_V}{\partial V}\right|_{T,N} = T \left.\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right|_{V,N}.$$
   Use este resultado para demostrar que el calor específico a volumen constante de un gas de van der Waals, a temperatura y número de moles fijos, es independiente del volumen. Recuerde que para este modelo de gas
   $$\left(P + \frac{aN^2}{V^2}\right)\left(\frac{V}{N} - b\right) = RT.$$