Problemas de Termodinámica. Relación 3

1. Demostrar que toda función homogénea $F = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de grado m en todos los argumentos cumple:

   (a)
   $$\sum_{k=1}^{n} x_k \frac{\partial F}{\partial x_k} = mF. \tag{1}$$

   (b)
   $$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_i^m \bar{F}\left(\frac{x_1}{x_i}, \frac{x_2}{x_i}, \ldots, \frac{x_{i-1}}{x_i}, \frac{x_{i+1}}{x_i}, \ldots, \frac{x_n}{x_i}\right) \quad \forall i = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

2. Hallar la transformada de Legendre de $y = ax^2 + bx + c$.

3. Hallar las transformadas de Legendre de la función $U = AS^3/VN$ con respecto a:

   (a) S.

   (b) V.

   (c) N.

   (d) S y V.

4. Demostrar las siguientes propiedades de las transformadas de Legendre:

   (a) Si $f(X) = ag(X) \Rightarrow f^*(Z) = ag^*(Z/a)$.

   (b) Si $f(X) = g(aX) \Rightarrow f^*(Z) = g^*(Z/a)$.

   (c) Si $f(X) = g(X) + a \Rightarrow f^*(Z) = g^*(Z) + a$.