

# Problemas de Física Estadística (1)

1. Sea un sistema descrito por dos variables cuyas ecuaciones del movimiento son:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + e^{-y} \\ \dot{y} &= -y\end{aligned}$$

Estudiar las trayectorias típicas del sistema en el espacio  $(x, y)$  para diversas condiciones iniciales. Para ello seguir el siguiente esquema:

- (a) Hallar los puntos fijos de las ecuaciones (valores  $(x^*, y^*)$  tal que si los tomamos como condiciones iniciales el sistema permanece en esos puntos).
  - (b) Estudiar la estabilidad de los puntos fijos (linealizar las ecuaciones del movimiento alrededor de cada punto y resolver el sistema de ecuaciones diferenciales lineales exáctamente encontrando los valores propios y vectores propios de los puntos fijos).
  - (c) Utilizando un ordenador y/o a mano, calcular el vector velocidad  $(\dot{x}, \dot{y})$  para cada punto de un reticulado arbitrario en el espacio  $(x, y)$ . Dibujar esos vectores sobre el reticulado.
  - (d) Sobre la gráfica anterior mostrar algunas soluciones numéricas de las ecuaciones diferenciales para varias condiciones iniciales.
2. Analizar siguiendo el esquema del problema anterior el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + y^2 \\ \dot{y} &= -\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y - xy + \frac{6}{5}y^2\end{aligned}$$

3. Estudiar el espacio de las fases de un sistema con hamiltoniano

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2m} + V(q)$$

donde  $V(q) = |q|$ . Calcular el periodo de las oscilaciones donde las haya.